

Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение высшего
образования

**«Финансовый университет при Правительстве
Российской Федерации»
(Финансовый университет)**

Владикавказский филиал Финуниверситета

УТВЕРЖДАЮ

Заместитель директора
по учебно-методической работе
Владикавказского филиала
Финуниверситета

З. Айларова З.К. Айларова
«31» августа 2026 г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине

ОП.01 Элементы высшей математики

специальность 09.02.13 Интеграция решений с применением технологий
искусственного интеллекта

Владикавказ 2026

Фонд оценочных средств по дисциплине разработан на основе Федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по специальности 09.02.13 Интеграция решений с применением технологий искусственного интеллекта.

Составители:

В.Г. Мелькова, преподаватель, высшая квалификационная категория

Г.Ю. Солонина, преподаватель, высшая квалификационная категория

Фонд оценочных средств по дисциплине рассмотрен и рекомендован к утверждению на заседании предметной (цикловой) комиссии математики и информатики

Протокол от «28» 08 2026 г. № 1

Председатель предметной
(цикловой) комиссии

М.К. Ходова

М.К. Ходова

1.Паспорт фонда оценочных средств

по дисциплине «ОП.01 Элементы высшей математики»

специальность 09.02.13 Интеграция решений с применением технологий

искусственного интеллекта

Результаты обучения (знания, умения)	Общие и профессиональные компетенции	Наименование темы	Наименование оценочного средства	
			Текущий контроль успеваемости	Промежуточная аттестация
освоенные знания: - методы и способы решения задач математического анализа, линейной алгебры и математического моделирования; - современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии, применимые в математическом анализе, линейной алгебре и математическом моделировании; - общие правила нахождения пределов; освоенные умения: - выбирать способы решения задач математического анализа, линейной алгебры и математического моделирования; - использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии в освоении практических основ математического анализа, линейной алгебры и	ОК 01 ОК 02 ОК 03	Тема 1.1. Пределы и непрерывность функций.	Вопросы для устного (письменного) опроса по теме «Пределы и непрерывность функций» Комплект практических заданий по темам: - «Вычисление пределов функций в точке и на бесконечности» - «Определение типов разрывов функций. Анализ непрерывности функций на интервале» Рефераты. доклады	Экзаменационные вопросы и задания для письменного экзамена по учебной дисциплине

математического моделирования; - вычислять предел функции в точке и на бесконечности; - исследовать функцию на непрерывность;				
освоенные знания: - методы и способы решения задач математического анализа, линейной алгебры и математического моделирования; - современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии, применимые в математическом анализе, линейной алгебре и математическом моделировании; - правила дифференцирования; - правила применения производных: нахождение экстремумов, исследование функций. освоенные умения: - выбирать способы решения задач математического анализа, линейной алгебры и математического моделирования; - использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии в освоении практических основ математического анализа, линейной алгебры и математического моделирования; - вычислять производные	ОК 01 ОК 02 ОК 03	Тема 1.2. Производная и ее применение	Вопросы для устного (письменного) опроса по теме «Производная и ее применение» Комплект практических заданий по темам: - «Вычисление производных для элементарных и составных функций» - «Применение частных производных в многомерных функциях» Задания для проверочной работы в двух вариантах Рефераты. доклады	Экзаменационные вопросы и задания для письменного экзамена по учебной дисциплине

для элементарных и составных функций; - применять методы дифференциального и интегрального исчисления;				
освоенные знания: - методы и способы решения задач математического анализа, линейной алгебры и математического моделирования; - современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии, применимые в математическом анализе, линейной алгебре и математическом моделировании; - основные методы интегрирования; освоенные умения: - выбирать способы решения задач математического анализа, линейной алгебры и математического моделирования; - использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии в освоении практических основ математического анализа, линейной алгебры и математического моделирования; - применять методы дифференциального и интегрального исчисления;	ОК 01 ОК 02 ОК 03	Тема 1.3. Интегралы и их применение	Вопросы для устного (письменного) опроса по теме «Интегралы и их применение» Комплект практических заданий по темам: - «Вычисление неопределенных интегралов с использованием метода подстановки» - «Вычисление определенных интегралов для расчета площадей и объемов» Задания для проверочной работы в двух вариантах Тест по теме «Интегралы и их применение» Рефераты. доклады	Экзамена- ционные вопросы и задания для письмен- ного экзамена по учебной дисципли- не

освоенные знания: - методы и способы решения задач математического анализа, линейной алгебры и математического моделирования; - современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии, применимые в математическом анализе, линейной алгебре и математическом моделировании; - правила осуществления операций с векторами: сложение, вычитание, умножение на число; освоенные умения: - выбирать способы решения задач математического анализа, линейной алгебры и математического моделирования; - использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии в освоении практических основ математического анализа, линейной алгебры и математического моделирования; - выполнять операции с векторами, вычислять скалярное и векторное произведение векторов;	ОК 01 ОК 02 ОК 03	Тема 2.1. Векторы и операции над ними.	Вопросы для устного (письменного) опроса по теме «Векторы и операции над ними» Комплект практических заданий по темам: - «Сложение, вычитание векторов, умножение вектора на число. Нахождение угла, образованного двумя векторами» - «Применение скалярного и векторного произведений в задачах аналитической геометрии» Задания для проверочной работы в двух вариантах Тест по теме «Векторы и операции над ними»	Экзаменационные вопросы и задания для письменного экзамена по учебной дисциплине
--	----------------------------------	---	---	---

освоенные знания: - методы и способы решения задач математического анализа, линейной алгебры и математического моделирования; - современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии, применимые в математическом анализе, линейной алгебре и математическом моделировании; - правила выполнения действий над матрицами и решения системы линейных уравнений; освоенные умения: - выбирать способы решения задач математического анализа, линейной алгебры и математического моделирования; - использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии в освоении практических основ математического анализа, линейной алгебры и математического моделирования; - выполнять действия над матрицами и решать системы линейных уравнений;	ОК 01 ОК 02 ОК 03	Тема 2.2. Матрицы и системы линейных уравнений.	Вопросы для устного (письменного) опроса по теме «Матрицы и системы линейных уравнений» Комплект практических заданий по темам: - «Вычисление определителя матрицы по правилу треугольника. Нахождение союзной матрицы. Умножение матриц» - «Метод последовательного исключения неизвестных. Решение системы линейных уравнений» Реферат, доклад	Экзамена- ционные вопросы и задания для письмен- ного экзамена по учебной дисципли- не
--	----------------------------------	---	--	---

освоенные знания: - методы и способы решения задач математического анализа, линейной алгебры и математического моделирования; - современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии, применимые в математическом анализе, линейной алгебре и математическом моделировании; -определение и математическая формулировка метода SVD; - свойства сингулярных чисел и векторов. освоенные умения: - выбирать способы решения задач математического анализа, линейной алгебры и математического моделирования; - использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии в освоении практических основ математического анализа, линейной алгебры и математического моделирования; -вычислять сингулярное разложение; -анализировать спектр сингулярных чисел; -использовать усечённое сингулярное разложение	ОК 01 ОК 02 ОК 03	Тема 2.3. Сингулярное разложение матриц.	Вопросы для устного (письменного) опроса по теме «Сингулярное разложение матриц» Комплект практических заданий по темам: - «Реализация сингулярного разложения матрицы с помощью вычислительных методов» - «Применение SVD для анализа многомерных данных» - «Уменьшение размерности данных с использованием SVD в задачах машинного обучения» Реферат, доклад	Экзамена- ционные вопросы и задания для письмен- ного экзамена по учебной дисципли- не
--	----------------------------------	---	---	---

в конкретных задачах; -использовать специализированные библиотеки и функции для выполнения сингулярного разложения				
освоенные знания: - методы и способы решения задач математического анализа, линейной алгебры и математического моделирования; - современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии, применимые в математическом анализе, линейной алгебре и математическом моделировании; - правила построения линейных и нелинейных моделей. освоенные умения: - выбирать способы решения задач математического анализа, линейной алгебры и математического моделирования; - использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии в освоении практических основ математического анализа, линейной алгебры и математического моделирования; - строить линейные и нелинейные модели и применять их в задачах	ОК 01 ОК 02 ОК 03	Тема 3.1. Линейные модели.	Вопросы для устного (письменного) опроса по теме «Линейные модели» Комплект практических заданий по темам: - «Построение линейной модели на основе экспериментальных данных» - «Оценка параметров линейной регрессии с помощью метода наименьших квадратов» - «Применение линейных моделей для предсказания значений»	Экзаменационные вопросы и задания для письменного экзамена по учебной дисциплине

предсказаниях.				
освоенные знания: - методы и способы решения задач математического анализа, линейной алгебры и математического моделирования; - современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии, применимые в математическом анализе, линейной алгебре и математическом моделировании; - правила построения линейных и нелинейных моделей. освоенные умения: - выбирать способы решения задач математического анализа, линейной алгебры и математического моделирования; - использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии в освоении практических основ математического анализа, линейной алгебры и математического моделирования; - строить линейные и нелинейные модели и применять их в задачах предсказаниях.	ОК 01 ОК 02 ОК 03	Тема 3.2. Нелинейные модели	Вопросы для устного (письменного) опроса по теме «Нелинейные модели» Комплект практических заданий по темам: «Построение полиномиальной модели для аппроксимации данных» - «Решение задач прогнозирования с помощью экспоненциальной и логарифмической нелинейных моделей» - «Применение нелинейных моделей для анализа зависимостей и предсказания сложных процессов»	Экзаменационные вопросы и задания для письменного экзамена по учебной дисциплине

2. Комплект оценочных средств

1. Задания для текущего контроля успеваемости

Вопросы для устного (письменного) опроса (ОК 01, ОК 02, ОК 03)

Тема 1.1. Пределы и непрерывность функций.

1. Числовые последовательности, виды последовательностей.
2. Предел последовательности.
3. Какая последовательность называется сходящейся? Какая последовательность называется расходящейся? Приведите пример.
4. Предел функции.
5. Сколько пределов может иметь функция в точке?
6. Сформулируйте теорему о пределе суммы (разности) двух функций.
7. Сформулируйте теорему о пределе произведения двух функций.
8. Сформулируйте теорему о пределе отношения двух функций.
9. Что называется, правым (правосторонним) пределом функции в точке?
10. Что называется, левым (левосторонним) пределом функции в точке?
11. Сформулируйте необходимое и достаточное условие существования предела функции в точке?
12. Какая функция называется бесконечно большой при $x \rightarrow a$?
13. Какая функция называется бесконечно малой при $x \rightarrow a$?
14. Какая функция называется непрерывной?
15. Какая точка называется точкой непрерывности функции?

Тема 1.2. Производная и ее применение.

1. Задача, приводящая к понятию производной, её физический и геометрический смысл.
2. Производная суммы.
3. Произведения и частного двух функций.
4. Сложная функция.
5. Правило дифференцирования сложной функции.
6. Производные тригонометрических функций.
7. Теорема Лагранжа.
8. Признаки возрастания и убывания функции.

9. Экстремум функции.
10. Исследование функции с помощью первой производной.
11. Выпуклость графика функции.
12. Точки перегиба графика функции.
13. Частные производные.

Тема 1.3. Интегралы и их применение

1. Первообразная.
2. Неопределенный интеграл и его свойства.
3. Способы нахождения неопределенных интегралов.
4. Криволинейная трапеция.
5. Определенный интеграл и его свойства.
6. Способы вычисления определенных интегралов.
7. Вычисление площадей фигур с помощью определенного интеграла.

Тема 2.1. Векторы и операции над ними.

1. Векторы на плоскости и в пространстве.
2. Коллинеарные и компланарные векторы.
3. Компланарные векторы.
4. Действия над векторами.
5. Вычисление скалярного произведения векторов.
6. Вычисление смешанного и векторного произведения векторов.
7. Вычисление смешанного произведения векторов.
8. Вычисление векторного произведения векторов

Тема 2.2. Матрицы и системы линейных уравнений.

1. Понятие матрицы.
2. Виды матриц.
3. Единичная матрица.
4. Действия над матрицами.
5. Транспонирование матрицы
6. Определитель матрицы.
7. Понятие невырожденной матрицы.
8. Теорема о существовании обратной матрицы.
9. Теорема о единственности обратной матрицы.
10. Обратная матрица.
11. Ранг матрицы.
12. Алгоритм нахождения обратной матрицы.

13. Метод Гаусса решения системы линейных уравнений.

Тема 2.3. Сингулярное разложение матриц.

1. Что такое сингулярное разложение (SVD) матрицы? Дайте математическое определение и объясните его геометрический смысл.
2. Какие матрицы входят в состав сингулярного разложения? Опишите роль каждой из них: ортогональных матриц U и V , диагональной матрицы Σ с сингулярными числами.
3. Что такое сингулярные числа и сингулярные векторы? Как они связаны с действием матрицы на пространство?
4. Какова геометрическая интерпретация сингулярного разложения? Например, можно описать, как матрица действует на пространство через последовательность преобразований: поворот/отражение, масштабирование вдоль новых координатных осей и обратный поворот.
5. Какие свойства имеет сингулярное разложение? Например, инвариантность относительно поворота, связь с нормой Фробениуса и операторной нормой.
6. Как можно использовать сингулярное разложение для сжатия данных или снижения размерности? Приведите пример сжатия изображения с помощью SVD.
7. В каких областях применяется сингулярное разложение? Перечислите сферы использования (машинное обучение, теория автоматического управления, обработка изображений и др.).
8. Какие задачи можно решать с помощью сингулярного разложения? Например, решение систем линейных уравнений, идентификация плохой обусловленности матриц, вычисление псевдообратных матриц, анализ структуры данных.
9. В чём заключается неоднозначность сингулярного разложения? Например, как умножение вектора на ненулевой вектор не нарушает ортонормированности базиса.
10. Как вычисляется сингулярное разложение? Опишите основные этапы алгоритма, например, приведение матрицы к двухдиагональному виду и последующее разложение.
11. Какие нормы используются при анализе матриц в контексте сингулярного разложения? Например, как связаны сингулярное разложение и норма Фробениуса.
12. Как сингулярное разложение связано с анализом главных компонент (PCA)? Можно ли использовать SVD для выделения наиболее значимых линейных комбинаций признаков?

13. Какие есть ограничения или недостатки метода сингулярного разложения? Например, вычислительная сложность, необходимость выбора количества сингулярных чисел для усечения разложения.

Тема 3.1 Линейные модели

1. Построение и анализ линейных моделей.
2. Понятие линейной регрессии.
3. Пример использования линейных моделей в задачах предсказания.
4. Приведите примеры линейных моделей в различных областях.
5. Приведите пример линейной и нелинейной модели в контексте динамических систем.
6. В чём заключается принцип суперпозиции для линейных моделей и как он влияет на их применение?

Тема 3.2 Нелинейные модели

1. Нелинейные модели. Основные понятия и определения.
2. Виды нелинейных математических моделей: полиномиальные, нелинейные детерминированные модели.
3. Построение и анализ нелинейных моделей.
4. Применение нелинейных моделей в задачах предсказания.
5. Приведите примеры нелинейных моделей в различных областях.
6. Приведите пример нелинейной модели в контексте динамических систем.
7. Какие трудности возникают при использовании нелинейных моделей?
8. Какие типы нелинейных моделей существуют в регрессионном анализе?
9. В чём основное различие между линейными и нелинейными моделями?
10. В каких случаях целесообразно использовать линейную модель вместо нелинейной?
11. Какие преимущества предлагают нелинейные модели по сравнению с линейными?
12. Как отличить линейную модель от нелинейной в виде дифференциального уравнения?
13. Как отличить линейную модель от нелинейной в статической характеристике?

Критерии оценки ответов студента в процессе устного (письменного) опроса

Оценка «отлично» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания вопросов программного материала.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе некоторые неточности.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом показавшему владение основными понятиями, выносимых на рассмотрение вопросов, необходимыми для дальнейшего обучения и способность применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации.

Оценки «неудовлетворительно» заслуживает студент, который не знает большей части основного содержания выносимых на рассмотрение вопросов дисциплины (темы), допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий.

Комплекты практических заданий по темам (ОК 01, ОК 02, ОК 03)

Тема 1.1. Пределы и непрерывность функции.

Вычислить пределы функций.

1. $\lim_{x \rightarrow 3} (x^3 + x - 5)$

2. $\lim_{x \rightarrow 3} ((x^2 - 1) \cdot (x - 3) \cdot (x - 5))$

3. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1}$

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4}{3x^2 + 2x}$

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^3 - 2x^2}{5x^3 - 4x^2}$

6. $\lim_{x \rightarrow -\frac{3}{2}} \frac{4x^2 - 9}{2x + 3}$

7. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 8x + 15}{x^2 - 25}$

8. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 8x + 4}{5x^2 - 14x + 8}$

9. $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x - 6}{\sqrt{x + 3} - 3}$

10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x + 1} - 1}{x}$

11. $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{3 - \sqrt{x}}{4 - \sqrt{2x} - 2}$

12. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt{x} - 1}$

13. $\lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{3}{x^3 + 1} - \frac{1}{x + 1} \right)$

14. $\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 - 5x + 6)$

15. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{x^2 + 3x}$

$$16. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x}{x-2}$$

$$17. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 3x^2 + 1}{x^3 + 4x^2 + 2x}$$

$$18. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 - x^2}{x^3 + 3x^2 - 1}$$

$$19. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 + x^6}{x^3 + x^4}$$

$$20. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - x^2 + 1}{x^4 + 2x^3 + x}$$

$$21. \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{1}{x-3} - \frac{6}{x^2-9} \right)$$

$$22. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5^x - 4x + 1}{x^2 + x}$$

$$23. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x+x^2} - \sqrt{1-x+x^2}}{x^2 - x}$$

$$24. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt[3]{1+x} - 1}$$

$$25. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{1+x+x^2} - \sqrt{7+2x-x^2}}{x^2 - 2x}$$

$$26. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 - 8x + 12}$$

$$27. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+mx)}{x}$$

$$28. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\ln(1+x)}$$

$$29. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x} \right)^x$$

$$30. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 - 5x^3 + 7}{2x^5 + 3x^4 + 1}$$

$$31. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+8}{x-2} \right)^x$$

$$32. \lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x}$$

$$33. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\sin 8x}$$

$$34. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^6}{\sin^5 x}$$

$$35. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-3}{2x-1} \right)^{4x}$$

$$36. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x^2} \right)^{5x}$$

$$37. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2+1}{x^2-3} \right)^{x^3-5}$$

$$38. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^x - 3^x}{2^x + 3^x}$$

$$39. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{x^2}$$

$$40. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}$$

$$41. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{3x} \right)^x$$

$$42. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{5}{4x} \right)^x$$

$$43. \lim_{z \rightarrow 0} (1 + 4z)^{\frac{3}{5z}}$$

$$44. \lim_{z \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{z} \right)^{-z}$$

$$45. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x}{2x+1} \right)^x$$

$$46. \lim_{z \rightarrow 0} (1 + 7z)^{\frac{6}{5z}}$$

$$47. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1+x}{x} \right)^{\frac{x}{2}}$$

$$48. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x+1} \right)^x$$

$$49. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x}$$

$$50. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\tan x}$$

$$51. \lim_{x \rightarrow 0} (x \cdot \cot x)$$

$$52. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + \tan x}{x}$$

$$53. \lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{2x}{3}\right)^{\frac{2}{3x}}$$

$$54. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{5}{3x}\right)^{2x}$$

$$55. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{x}\right)^x$$

$$56. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x - 1} - \sqrt{x^2 - x + 1})$$

$$57. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1})$$

$$58. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{9x^2 + 2} - x}{4x + 11}$$

$$59. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{5}{n}\right)^n$$

$$60. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{3n}\right)^n$$

$$61. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{4}{n}\right)^{n+1}$$

$$62. \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2x)^{\frac{1}{x}}$$

$$63. \lim_{x \rightarrow 0} (1 - 4x)^{\frac{1-x}{x}}$$

$$64. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^n$$

$$65. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{2x+1}\right)^{2x}$$

$$66. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{n}\right)^{3n}$$

$$67. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-3}{n}\right)^{\frac{n}{2}}$$

$$68. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-2}{3x+1}\right)^{2x}$$

$$69. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$$

$$70. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3}$$

$$71. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\sqrt{x+1} - 1}$$

$$72. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - \cos x}}{x}$$

$$73. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{\sqrt{1 + x \sin x} - \cos x}$$

$$74. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x(\sqrt{1 + x} - 1)}$$

$$75. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos \frac{x}{2}}{x - \pi}$$

$$76. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(1-x)}{\sqrt{x} - 1}$$

$$77. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{\sin(x+1)}$$

$$78. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4} - 2}{\sin 5x}$$

$$79. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \sin x}{1 - 5x}$$

$$80. \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 - 10^n}{1 + 10^{n+1}}$$

$$81. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 15x}{\tan 20x}$$

$$82. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + 2x^2}{\sin^2 \frac{x}{4}}$$

$$83. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 5x}{2x - x^2}$$

$$84. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cot x}{x - \frac{\pi}{2}}$$

$$85. \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 3x} - x)$$

$$86. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1} \right)$$

87.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x - 1} - \sqrt{x^2 - x + 1})$$

$$88. \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{12}{x^3-8} \right)$$

$$89. \lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{1}{x+2} + \frac{4}{x^2-4} \right)$$

$$90. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^3 3x}{x^3}$$

$$91. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sqrt{1 + \operatorname{ctg} x}}{\operatorname{ctg} x}$$

$$92. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\frac{\pi}{2} - x}$$

$$93. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x \cdot \cos x}{x}$$

$$94. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x \cdot \sin x}{x^2}$$

$$95. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x + \sin x}{x}$$

$$96. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \cos x}{x}$$

$$97. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x + \sin 4x}{x}$$

$$98. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x + \sin 7x}{x}$$

$$99. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 2x}{x^2 + 3x}$$

$$100. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - \cos^2 x}}{x}$$

Выясните, является ли функция непрерывной в данной точке x_0 , если функция имеет разрыв в данной точке- укажите характер точки разрыва.

- 1) $f(x) = 3x+2; x_0 = -1$;
- 2) $f(x) = |x|; x_0=0, x_0 =-1$;
- 3) $f(x) = \operatorname{ctg} x$;
- 4) $f(x) = \{x^2 + 1, \text{ если } x > 0; \text{ и } f(x) = 0, \text{ если } x \leq 0;$
- 5) $f(x) = 3x/x-5; x_0 = 5; x_0 = 3;$

Тема 1.2. Производная и ее применение.

Найдите производные следующих функций:

$$1) f(x) = \ln x \cdot e^x;$$

$$2) (x) = x^2 e^x ;$$

$$3) f(x) = e^x - x e^x ;$$

$$4) y = 3^x e^x ;$$

$$5) y = e^x / 2^x;$$

$$6) f(x) = 5 \ln x + e^x ;$$

$$7) y = \frac{5 - e^x}{e^x + 2} ;$$

$$8) y = \frac{1 - e^x}{e^x} ;$$

$$9) y = 5^x;$$

$$10) y = 2^{\sqrt{x}};$$

$$11) y = 3^{\ln x};$$

$$12) y = e^{-x^2};$$

$$13) y = e^{\sqrt{x}};$$

$$14) y = e^{\ln x};$$

$$15) y = 3(e^{x/3} - e^{-x/3});$$

$$16) y = \frac{e^{-x} + e^x}{e^{-x} - e^x};$$

$$17) y = \frac{x+1}{x-1};$$

$$18) y = \frac{x^3+1}{x};$$

19) Вычислите $f'(1)$;

$$y = \frac{x^3+1}{x^2+1};$$

$$f(u) = \frac{1}{u^2+3u+2};$$

20) Вычислите $f'(0)$.

$$y = \sqrt{t} + \sqrt[3]{t};$$

$$y = \frac{2}{\sqrt{x}} - \frac{3}{\sqrt[3]{x}};$$

$$f(x) = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}};$$

21) Вычислите $f'(1)$;

$$y = \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2;$$

$$y = \frac{3x^3}{(3x-1)^3};$$

$$f(x) = (x^2 - 1)^2 \sqrt{x^2 + 1}$$

Найти частные производные функции $z = 2y + e^{x^2-y} + 1$.

Найти частные производные функции $z = \ln \operatorname{tg} \frac{x}{y}$.

Найти частные производные второго порядка функции

$$z = x^4 - 2x^2y^3 + y^5 + 1.$$

Найти $\frac{dz}{dt}$, если $z = e^{3x+2y}$, где $x = \cos t, y = t^2$.

Найти частную производную $\frac{\partial z}{\partial x}$ и полную производную $\frac{dz}{dt}$, если $z = e^{xy}$, где $y = \varphi(x)$.

Найти частные производные первого порядка для функций:

$$\text{а) } f(x, y) = \frac{x^3}{2\sqrt{y}} - x \ln(\sin y); \quad \text{б) } f(x, y, z) = (x^2 - 2y^2 + xz)^{\arcsin 2x}.$$

Найти первый дифференциал функции $f(x, y, z) = \frac{1}{x} \operatorname{arctg} \frac{x+y}{z}$ в точке $(1, 0, 1)$.

Найти производную функции $f(x, y, z) = 2xy^2z - 3xy + 8x^2yz$ в точке $A(1, 1, 0)$ по направлению вектора $\overrightarrow{MN}$, где $M(2, 4, 5), N(1, 2, 3)$.

Найти частные производные второго порядка f_{xx}'' , f_{xy}'' , f_{yy}'' для $f(x, y) = \ln(x + e^{xy})$.

Исследовать на экстремум функцию $z = x^4 + x^2y^2 + y^4 - 6x^2 - 9y^2$.

Найти экстремумы функции $f(x, y) = 8x + 4y - 1$ при условии $8x^2 - y^2 + 2 = 0$.

Найти точки экстремума функции $z = 16x^3 + 18xy^2 + 20x^2 + 9y^2$.

Задания для проверочной работы

I вариант

1) $f(x) = \frac{2}{x} - \frac{8}{\sqrt{x}} + \frac{6}{\sqrt[3]{x^2}} + 2x + 6x^2\sqrt{x}$; найдите $f'(1)$

2) $f(x) = (x^2 - 2)\sqrt{x^2 + 1}$; найдите $f'(\sqrt{3})$.

3) $f(z) = \frac{9z}{\sqrt{z^2 + 1}}$; найдите $f'(2\sqrt{2})$

4) $f(x) = e^{2x} \cdot \ln x^2$; найдите $f'(1)$.

5) Точка движется прямолинейно по закону
 $s = 2t^3 - 2t^2 - 4$ (s – в метрах, t – в секундах).

Найдите ускорение точки в конце 2-й секунды.

II вариант

1) $f(x) = \frac{1}{x^2} + \frac{3}{2\sqrt[3]{x^2}} - \frac{4}{\sqrt{x}} + 3x - 2x^2\sqrt{x}$; найдите $f'(1)$

2) $f(u) = (u^2 + 3)\sqrt{u^2 - 1}$; найдите $f'(\sqrt{2})$

3) $f(x) = \frac{x}{1 - \sqrt{x^2 + 1}}$; найдите $f'(\sqrt{3})$

4) $f(x) = \sqrt{e^x} \ln x^2$; найдите $f'(1)$.

5) Точка движется прямолинейно по закону
 $s = 2t^3 - 3t^2 + 4$ (s – в метрах, t – в секундах).

Найдите ускорение точки в конце 3-й секунды.

Тема 1.3. Интегралы и их применение.

Найти неопределенные интегралы:

1. $\int (\frac{4}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 8)dx$

2. $\int \frac{\sin x}{3 - \cos x} dx$

3. $\int x^2 e^x dx$

4. $\int (\frac{3}{x^2} - \sin x + 7)dx$

5. $\int \frac{1}{\sqrt{4 - 9x^2}} dx$

6. $\int x \ln x dx$

7. $\int 5x\sqrt{x} dx$

8. $\int \frac{e^x}{(1 + e^x)^2} dx$

9. $\int x \cos x dx$

10. $\int \ln^2(2x + 3) dx$

11. $\int \frac{x^3 - 3x + 4}{x - 2} dx$

$$12. \int x^3 e^{x^2} dx$$

Вычислите определенные интегралы:

$$1. \int_1^4 \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) dx$$

$$2. \int_0^2 9 \cdot \sqrt{x^3 + 1} \cdot x^2 dx$$

$$3. \int_0^1 \ln(1+x) dx$$

$$4. \int_{-1}^0 (x^3 + 2x) dx$$

$$5. \int_0^1 e^{x^2} \cdot x dx$$

$$6. \int_0^{1\pi} x \cdot \sin x dx$$

$$7. \int_{\sqrt{3}}^3 \frac{dx}{3+x^2}$$

$$8. \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{1 + \cos x} dx$$

$$9. \int_e^4 \ln x dx$$

Найдите площади фигур, ограниченных линиями:

$$1. y=x^2, y=0, x=0 \text{ и } x=3$$

$$2. y=x^2, y=0, x=-1 \text{ и } x=2$$

$$3. y=-x^2+6x-5, y=0$$

$$4. y=1/x, y=0, x=2 \text{ и } x=3$$

$$5. y=\cos x, y=0, x=0 \text{ и } x=\pi/2$$

$$6. y=2x^2+1 \text{ и } y=x^2+10$$

$$7. y=x^2 \text{ и } y=-3x$$

$$8. y=x^2 \text{ и } y=2x+8$$

$$9. y=x^2 \text{ и } y=x+2$$

$$10. y=x^3, y=0, x=-2 \text{ и } x=2$$

$$11. y=-x^2-1, y=0, x=-2 \text{ и } x=1$$

$$12. y=2x, y=0 \text{ и } x=-3$$

$$13. x-2y-6=0, y=0$$

$$14. y=3x^2, y=0, x=-3 \text{ и } x=2$$

$$15. y=-x^2+4 \text{ и } y=0$$

$$16. y=-6x, y=0 \text{ и } x=4$$

$$17. y=\sin x, y=0, x=0 \text{ и } x=\pi$$

$$18. y^2=x, y>0, x=1 \text{ и } x=4$$

$$19. x-2y+4=0, x+y-5=0 \text{ и } y=0$$

$$20. y=\tan x, y=0, x=\pi/6 \text{ и } x=\pi/3$$

$$21. x-2y+4=0 \text{ и } x+2y-8=0, y=0, x=-1 \text{ и } x=6$$

$$22. y=x^2 \text{ и } y=2-x^2$$

$$23. y=x^3-4x, y=0, x=-2 \text{ и } x=2$$

$$24. y=x^3-x, y=0, x=-1 \text{ и } x=1$$

Задания для проверочной работы

Вариант 1

1. Вычислить определенный интеграл: $\int_0^2 (4x^2 + x - 3)dx$
2. Вычислить определенный интеграл: $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$
3. Вычислить, предварительно сделав рисунок, площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = -x^2 + 4, y = 0, x = -2, x = 2$.
4. Найти объем тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс криволинейной трапеции, ограниченной линиями: $y = \sqrt{x}, y = 0, x = 1, x = 4$.
5. Скорость движения точки изменяется по закону $v = 3t^2 + 2t + 1$ (м/с).

Найти

Вариант 2

1. Вычислить определенный интеграл: $\int_0^3 (2x^2 - x + 4)dx$
 2. Вычислить определенный интеграл методом подстановки:
 $\int_0^1 (3x + 1)^4 dx$
 3. Вычислить, предварительно сделав рисунок, площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = -x^2 + 1, y = 0, x = 1$
 4. Найти объем тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс криволинейной трапеции, ограниченной линиями: $y = \sqrt{x}, y = 0, x = 0, x = 1$.
 5. Скорость движения точки изменяется по закону $v = 9t^2 - 8t$ (м/с).
- Найти путь S ,
пройденный точкой за четвертую секунду.

Тема 2.1. Векторы и операции над ними.

Задача 1. В прямоугольной декартовой системе координат даны точки А, В, С и D. Найти:

- 1) координаты векторов АВ и CD;
- 2) координаты вектора АВ + CD;
- 3) координаты вектора АВ – CD;
- 4) длины векторов АВ и CD;
- 5) скалярное произведение векторов АВ и CD;

- 6) угол между векторами АВ и CD;
 7) координаты вектора $3\overline{AB} - 2\overline{CD}$.

Вариант т	A	B	C	D
1	(3;-1;2)	(-1;5;2)	(1;2;5)	(1;4;0)
2	(-3;-4;2)	(3;1;2)	(-3;-6;- 2)	(4;-1;8)
3	(1;-1;2)	(5;-1;4)	(1;-6;2)	(0;-3;2)
4	(2;-2;0)	(3;-1;-2)	(-3;-1;2)	(-4;-1;2)
5	(3;-8;1)	(-1;7;2)	(1;-2;5)	(1;-4;0)
6	(4;-7;2)	(-2;1;2)	(3;-5;5)	(2;4;9)
7	(5;-6;2)	(-3;3;2)	(4;-3;5)	(3;7;8)
8	(6;-5;4)	(-4;5;2)	(5;-2;5)	(4;-4;7)
9	(7;-4;3)	(-5;1;2)	(6;-1;5)	(5;-3;6)
10	(8;-3;2)	(-6;4;2)	(7;2;5)	(6;5;4)
11	(9;-2;1)	(-1;3;2)	(8;-3;5)	(7;-4;5)
12	(2;-1;2)	(-7;5;2)	(1;-2;5)	(-1;4;3)

Задача 2. Даны вершины четырехугольника A(1;-2;2), B(1;4;0), C(-4;1;1) и D(-5;-5;3). Доказать, что его диагонали AC и BD взаимно перпендикулярны.

Задача 3. Определить при каком значении α векторы $a(\alpha;-3;2)$ и $b(1;2;-\alpha)$ взаимно перпендикулярны.

Задача 4. Даны вершины треугольника A(3;2;-3), B(5;1;-1) и C(1;-2;1). определить его внешний угол при вершине A.

Задача 5. Даны три вектора $a(2;-1;3)$, $b(1;-3;2)$, $c(3;2;-4)$. Найти вектор x , удовлетворяющий условиям: $xa=-5$, $xb=-11$, $xc=20$.

Тема 2.2 Матрицы и системы линейных уравнений.

1.Найти матрицу, обратную данной. Результат проверить умножением.

1. $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

3. $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 5 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

2. $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & -4 \\ 3 & -2 & -5 \end{pmatrix}$

4. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$$5. \begin{pmatrix} 1 & -3 & 5 \\ 0 & 1 & 10 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$6. \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 5 & 1 & 0 \\ 7 & 9 & 1 \end{pmatrix}$$

$$7. \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & -1 \\ 3 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$8. \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & 3 \\ -2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

$$9. \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$10. \begin{pmatrix} 2 & 8 & 6 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$11. \begin{pmatrix} 1 & 8 & 9 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$12. \begin{pmatrix} 0 & 8 & 12 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$13. \begin{pmatrix} -1 & 8 & 15 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$14. \begin{pmatrix} -2 & 8 & 18 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$15. \begin{pmatrix} -3 & 8 & 21 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$16. \begin{pmatrix} -4 & 8 & 24 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$17. \begin{pmatrix} -5 & 8 & 27 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$18. \begin{pmatrix} -6 & 8 & 30 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$19. \begin{pmatrix} 4 & 9 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$20. \begin{pmatrix} 3 & 9 & 6 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$21. \begin{pmatrix} 2 & 9 & 9 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$22. \begin{pmatrix} 1 & 9 & 12 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$23. \begin{pmatrix} 0 & 9 & 15 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$24. \begin{pmatrix} -1 & 9 & 18 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$25. \begin{pmatrix} -2 & 9 & 21 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$26. \begin{pmatrix} -3 & 9 & 24 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$27. \begin{pmatrix} -4 & 9 & 27 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$28. \begin{pmatrix} -5 & 9 & 30 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$29. \begin{pmatrix} 5 & 10 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$30. \begin{pmatrix} 4 & 10 & 6 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Найти определитель матрицы

$$1. \begin{pmatrix} 3 & 10 & 9 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$2. \begin{pmatrix} 2 & 10 & 12 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$3. \begin{pmatrix} 1 & 10 & 15 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$4. \begin{pmatrix} 0 & 10 & 18 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$5. \begin{pmatrix} -1 & 10 & 21 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$6. \begin{pmatrix} -2 & 10 & 24 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$7. \begin{pmatrix} -3 & 10 & 27 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$8. \begin{pmatrix} -4 & 10 & 30 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$9. \begin{pmatrix} 6 & 11 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$10. \begin{pmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & -2 \\ 4 & -3 & 5 \end{pmatrix}$$

$$11. \begin{pmatrix} 2 & 9 & 6 \\ 2 & 1 & -2 \\ 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$12. \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$13. \begin{pmatrix} 3 & -2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$14. \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$15. \begin{pmatrix} 0 & 2 & -2 \\ 2 & 16 & 11 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$16. \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 5 & 1 & 4 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$17. \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & 8 & 6 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$18. \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & 8 & 6 \end{pmatrix}$$

$$19. \begin{pmatrix} 12 & -8 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ -3 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$20. \begin{pmatrix} 0 & 8 & 10 \\ 1 & 10 & 7 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$21. \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 4 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$22. \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 5 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$23. \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & -3 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

$$24. \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 4 & -1 & 5 \end{pmatrix}$$

$$25. \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 3 \\ 7 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$26. \begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 2 & -1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$27. \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$28. \begin{pmatrix} 4 & 7 & 11 \\ 4 & 2 & -2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

$$29. \begin{pmatrix} 8 & 0 & 7 \\ 16 & 10 & 4 \\ 13 & 5 & 7 \end{pmatrix}$$

$$30. \begin{pmatrix} 4 & 6 & 6 \\ 1 & 7 & 3 \\ 8 & 11 & 14 \end{pmatrix}$$

2. Решите систему линейных уравнений методом Гаусса:

$$\begin{cases} 2x + y - z = 5, \\ x - 2y + 3z = -3, \\ 7x + y - z = 10. \end{cases}$$

Решите систему линейных уравнений методом Гаусса:

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 5, \\ x + y - z = 0, \\ 4x - y + 5z = 3. \end{cases}$$

Решите систему линейных уравнений с помощью обратной матрицы:

$$\begin{cases} 2x + 3y + 2z = 9, \\ x + 2y - 3z = 14, \\ 3x + 4y + z = 16. \end{cases}$$

Решите систему линейных уравнений методом Жордано-Гаусса:

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 14, \\ 2x + y + 4z = 12, \\ x + 3y + 2z = 11. \end{cases}$$

Тема 2.3 Сингулярное разложение матриц (SVD)

Практические задания по теме

Задание 1.

Найти SVD-разложение для симметричной матрицы $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

Задание 2. Дана диагональная матрица $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

Чему равны матрицы U, Σ, V^T .

Задание 3.

Покажите, что сингулярные числа матрицы A равны квадратным корням из собственных значений матриц $A^T A$ и $A A^T$.

Задание 4.

Используя свойства ортогональных матриц, найдите псевдообратную матрицу для матрицы A , если ее SVD-разложение имеет вид $U \Sigma V^T$.

Задание 5.

Сгенерируйте матрицу 100×100 со случайными значениями. Выполните SVD, а затем восстановите матрицу с использованием только первых 10 сингулярных чисел.

Задание 6.

Представьте, что у вас есть разреженная матрица оценок пользователей (строки) фильмов (столбцы). Заполните пропуски нулями. Примените SVD и найдите скрытые латентные факторы.

Задание 7.

Создайте тестовое изображение (например, квадрат 50×50 черного цвета на белом фоне) и добавьте к нему случайный шум. Примените SVD. Как будут выглядеть сингулярные числа для полезного сигнала или шума? Удалите «шумовые» сингулярные числа и выведите очищенное изображение.

Тема 3.1 Линейные модели

Задание 1. В ходе эксперимента измерялась температура окружающей среды

(x , $^{\circ}\text{C}$) и время остывания детали (y , минут). Экспериментальные данные представлены в таблице

Температура(x)	10	15	20	25	30
--------------------	----	----	----	----	----

Время остывания (y) 45 40 38 32 30

1. Построить математическую модель зависимости в виде уравнения:
 $y = ax + b$.

2. Оценить параметры прямой (a и b) с помощью МНК.

3. Сделать прогноз: сколько времени будет остывать деталь, если температура на улице составит 40°C?

Задание 2. Используя данные Задания 1, требуется определить, насколько хорошо построенная модель описывает реальный эксперимент.

Задание 3.

Изучается зависимость стоимости автомобиля (y, тыс.руб.) от двух факторов: пробега (x_1 , тыс.км) и возраста (x_2 , лет).

Цена (y)	Пробег(x_1)	Возраст(x_2)
1200	30	3
900	60	5
850	80	4
600	120	7

1. Построить уравнение множественной линейной регрессии вида:

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2;$$

2. Оценить влияние факторов: какой из параметров (возраст или пробег) сильнее снижает цену?

Тема 3.2 Нелинейные модели

Задание 1.

Компания вывела на рынок новый продукт. В таблице представлены данные о продажах за первые 6 месяцев.

Месяц (x)	Продажи, тыс.шт. (y)
1	12
2	18
3	22
4	24
5	25
6	26

1. Постройте точечную диаграмму зависимости продаж от времени.
2. Добавьте логарифмическую линию тренда и выведите уравнение на график.
3. Рассчитайте параметры уравнения $y = a \ln(x) + b$ аналитически используя замену переменной $t = \ln(x)$.

Задание 2.

Инвестиционный портфель компании за последние 5 лет увеличивался из-за капитализации процентов.

Год (x)	Капитал, млн.руб.(y)
1	100
2	122
3	150
4	185
	225

1. Прологарифмируйте значения результативного признака (y) и проверьте данные на линейность.
2. Постройте экспоненциальную линию тренда, отобразив уравнение на графике (вид уравнения: $y = a \cdot e^{\ln x}$).
3. Вычислите коэффициенты a и b .

Задание 3.

Завод выпускает полимерную упаковку. При малых объемах высока доля постоянных затрат. При чрезмерных объемах оборудование перегружается, растет процент брака и затраты на ремонт. Зависимость себестоимости единицы продукции (Y) от объема выпуска(X) имеет нелинейный U-образный характер.

Исходные данные:

X (Объем выпуска, тыс. шт. в месяц): [10,20,30,40,50,60,70,80,90,100]

Y (Себестоимость 1 шт., руб.): [150, 112,85,68,60,62,71,90,122,165].

1. Постройте диаграмму рассеяния.

2. Обучите две модели: парную линейную регрессию ($y=ax+b$) и полином 2-й степени ($y=a_2x^2+a_1x+a_0$).

3. Рассчитайте коэффициент детерминации (R^2) для обеих моделей. На сколько процентов нелинейная модель точнее описывает процесс?

Критерии оценки выполнения практических заданий:

Оценка «отлично» ставится, если:

- учащийся самостоятельно выполнил все этапы решения задачи;
- работа выполнена полностью и получен верный ответ или иное требуемое представление результата работы;
- правильно выполнено 90-100% работы.

Оценка «хорошо» ставится, если:

- правильно выполнена большая часть работы (80-89%);
- работа выполнена полностью, но использованы наименее оптимальные подходы к решению поставленной задачи.

Оценка «удовлетворительно» ставится, если:

- работа выполнена не полностью, допущено более трех ошибок,

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если:

- допущены существенные ошибки, показавшие, что обучающийся не владеет обязательными знаниями.
- работа показала полное отсутствие у обучающегося обязательных знаний и навыков по проверяемой теме.

Тематика рефератов, докладов (ОК 01, ОК 02, ОК 03)

Тема 1.1. Пределы и непрерывность функций

1. Некоторые свойства непрерывных функций.

Тема 1.2. Производная и ее применение

2. Экстремумы функции двух переменных.

Тема 1.3 Интегралы и их применение

3. История возникновения дифференциального и интегрального исчислений.
4. Применение интегралов в реальной жизни и науке.

Тема 2.2. Матрицы и системы линейных уравнений

5. Решение системы линейных уравнений методом Жордано-Гаусса.

Тема 2.3 Сингулярное разложение матриц (SVD)

6. Применение сингулярного разложения матриц (SVD) для снижения размерности данных и сжатия изображений.

Критерии оценки доклада, реферата

1. Актуальность темы исследования.
2. Соответствие содержания теме.
3. Глубина проработки материала.
4. Правильность и полнота использования источников.
5. Соответствие оформления реферата стандартам.

Оценка **«отлично»** ставится, если выполнены все требования к написанию и защите доклада: обозначена проблема и обоснована ее актуальность, сделан краткий анализ различных точек зрения на рассматриваемую проблему и логично изложено собственная позиция, сформулированы выводы, тема раскрыта полностью, выдержан объем, соблюдены требования к внешнему оформлению, даны правильные ответы на дополнительные вопросы.

Оценка **«хорошо»** - основные требования к докладу и его защите выполнены, но при этом допущены недочеты. В частности, имеются не точности в изложении материала; отсутствуют логическая последовательность в суждениях; не выдержан объем доклада; имеются

упущения в оформлении; на дополнительные вопросы при защите даны не полные ответы.

Оценка «удовлетворительно» - имеются существенные отступления от требований. В частности, тема освещена лишь частично; допущены фактические ошибки в содержании доклада или при ответе на дополнительные вопросы; во время защиты отсутствует вывод.

Оценка «неудовлетворительно» - тема доклада не раскрыта, обнаруживается существенное непонимание проблемы.

Тестовые задания

(ОК 01, ОК 02, ОК 03)

Тема 1.3.

Интегралы и их применение

1. Функция F называется первообразной для функции f на некотором промежутке, если для всех x из этого промежутка существует производная

$F'(x)$, равная $f(x)$, т.е. $F'(x)=f(x)$ это...

- а) формула Ньютона-Лейбница
 - б) дифференциал функции
 - в) первообразная для функции f
 - г) производная в точке
2. Множество первообразных для данной функции $f(x)$ называется...
- а) функцией
 - б) неопределенным интегралом
 - в) постоянным множителем
 - г) частной производной
3. Операция нахождения неопределенного интеграла называется...
- а) дифференцированием функции
 - б) преобразованием функции
 - в) интегрированием функции
 - г) нет верного ответа
4. Непосредственное интегрирование, метод подстановки, интегрирование по частям это...
- а) методы нахождения производной
 - б) методы интегрирования
 - в) методы решения задачи Коши
 - г) все ответы верны
5. Производная от неопределенного интеграла равна...
- а) подынтегральной функции
 - б) постоянной интегрирования
 - в) переменной интегрирования

- г) любой функции
6. Неопределенный интеграл от алгебраической суммы двух или нескольких функций равен...
- произведению интегралов этих функций
 - разности этих функций
 - алгебраической сумме их интегралов
 - интегралу частного этих функций
7. Определенный интеграл вычисляют по формуле...
- $\int_A^B f(x)dx = F(a) - F(b)$
 - $\int_A^B f(x)dx = F(b) - F(a)$
 - $\int_A^B f(x)dx = F(a) + F(b)$
 - $\int_A^B f(x)dx = F(a)$
8. Определенный интеграл с одинаковыми пределами равен...
- единице
 - бесконечности
 - нулю
 - указанному пределу
9. При перемещении местами верхнего и нижнего пределов интегрирования определенный интеграл...
- остается прежним
 - меняет знак
 - увеличивается в два раза
 - равен нулю
10. Определенный интеграл используется при вычислении...
- площадей плоских фигур
 - объемов тел вращения
 - пройденного пути
 - всех перечисленных элементов
11. Формула Ньютона-Лейбница
- $\int_a^b f(t)dt = F(b) - F(a)$
 - $\int_a^b f(t)dt = F(a) - F(b)$
 - $\int_a^b f(t)dt = F(a) - F(b) + \tilde{n}$
 - $\int_a^b f(t)dt = F(b) - F(a) + \tilde{n}$

12. Вычисление пути, пройденного материальной точкой производится по формуле:

а) $S = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt$

б) $S = \int f(t) dt$

в) $S = \int_{t_2}^{t_1} f(t) dt$

г) $S = dt \int_{t_1}^{t_2} f(t)$

13. Если криволинейная трапеция, ограниченная линией $y = f(x) \geq 0$ и прямыми $y=0$, $x=a$, $x=b$, вращается вокруг оси x , то объем вращения вычисляется по формуле

а) $V = \pi \int_a^b y^2 dx$

б) $V = \pi \int_a^b x^2 dx$

в) $V = \pi \int_b^a y^2 dx$

г) $V = \pi \int_b^a x^2 dx$

14. Если $y = f(x) (f(x) \geq 0)$, то площадь криволинейной трапеции, ограниченной этой линией, двумя прямыми $x=a$ и $x=b$ и отрезком оси абсцисс $a \leq x \leq b$, вычисляется по формуле

а) $S = \int_a^b f(x) dx$

б) $S = \int_b^a f(x) dx$

в) $S = \int f(x) dx$

г) $S = f(x) \int_a^b dx$

15. Укажите первообразную функции $f(x) = 3x^2 - \sin x$

а) $F(x) = x^3 - \cos x$

б) $F(x) = \frac{x^2}{2} - \sin x$

в) $F(x) = x^2 + \cos x$

г) $F(x) = 2 - \cos x$

16. Определенный интеграл $\int_1^2 4x^3 dx$ равен

а) 36; б) 17; в) 16; г) 15

17. Площадь криволинейной трапеции, ограниченной линиями $y=4-x^2$, $y=0$ определяется интегралом

а) $\int_{-2}^0 (4-x^2)dx$; б) $\int_{-2}^2 (4-x^2)dx$; в) $\int_0^4 (4-x^2)dx$; г) $\int_0^2 (4-x^2)dx$

18. В результате подстановки $t = 3x + 2$ интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt{3x+2}}$ приводится к виду

а) $\int \frac{dx}{\sqrt{t}}$; б) $\frac{1}{3} \int \frac{dt}{\sqrt{t}}$; в) $3 \int \frac{dt}{\sqrt{t}}$; г) $\int \frac{dt}{\sqrt{t}}$

19. Определенный интеграл $\int_2^3 3x^2 dx$ равен

а) 19; б) 18; в) 35; г) 27

20. Множество всех первообразных функции $y=5x^4$ имеет вид

а) x^5 ; б) $5x^5 + C$; в) $x^5 + C$; г) $5x^3 + C$

Тема 2.1. Векторы и операции над ними.

1. Вектор – это:

1. направленный отрезок;
2. интервал;
3. промежуток

2. Два вектора называются равными, если

1. их направления совпадают и длины равны;
2. они параллельны;
3. их направления совпадают или противоположны

3. Коллинеарными векторами называются

1. два ненулевых вектора, направления которых совпадают или противоположны;
2. два ненулевых вектора, которые параллельны одной плоскости;
3. два вектора, направления которых совпадают или противоположны

4. Углом между двумя ненулевыми векторами называется

1. угол между направлениями этих векторов;
2. угол между прямыми на которых расположены эти вектора;
3. угол между проекциями прямых, на которых расположены эти вектора;

5. Векторы $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ называются компланарными

1. если каждый из них параллелен одной и той же плоскости;

2. если они параллельны между собой;
3. если они лежат на одной плоскости;
6. Скалярное произведение векторов $a = (1; -2; 3)$ и $b = (-8; 5; 1)$ равно
 1. -15;
 2. 21;
 3. -11;
7. Для того чтобы два вектора были перпендикулярны необходимо и достаточно,
 1. чтобы их скалярное произведение равнялось нулю;
 2. чтобы их скалярное произведение равнялось единицы;
 3. чтобы их скалярное произведение равнялось минус единицы;

Критерии оценки выполнения тестовых заданий

Оценка «отлично» выставляется при условии правильного ответа студента не менее чем на 86 % тестовых заданий;

Оценка «хорошо» выставляется при условии правильного ответа студента на 70-85 % тестовых заданий;

Оценка «удовлетворительно» выставляется при условии правильного ответа студента на 50-69 % тестовых заданий;

Оценки «неудовлетворительно» заслуживает студент при условии правильного ответа студента менее чем на 50 % тестовых заданий.

2. Вопросы и задания для промежуточной аттестации

Экзаменационные вопросы для письменного экзамена по учебной

дисциплине

(ОК 01, ОК 02, ОК 03)

1. Числовые последовательности, виды последовательностей.
2. Предел последовательности.
3. Какая последовательность называется сходящейся?
4. Какая последовательность называется расходящейся?
5. Предел функции.
6. Сколько пределов может иметь функция в точке?
7. Сформулируйте теорему о пределе суммы (разности) двух функций.
8. Сформулируйте теорему о пределе произведения двух функций.
9. Сформулируйте теорему о пределе отношения двух функций.
10. Что называется, правым (правосторонним) пределом функции в точке?
11. Что называется, левым (левосторонним) пределом функции в точке?
12. Сформулируйте необходимое и достаточное условие существования предела функции в точке?
13. Какая функция называется бесконечно большой при $x \rightarrow a$?
14. Какая функция называется бесконечно малой при $x \rightarrow a$?
15. Какая функция называется непрерывной?
16. Какая точка называется точкой непрерывности функции?
17. Задача, приводящая к понятию производной, её физический и геометрический смысл.
18. Производная суммы, произведения и частного двух функций.
19. Сложная функция. Правило дифференцирования сложной функции.
20. Производные тригонометрических функций.
21. Признаки возрастания и убывания функции.
22. Экстремум функции.
23. Исследование функции с помощью первой производной.
24. Выпуклость графика функции.
25. Точки перегиба графика функции.
26. Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства.
27. Способы нахождения неопределенных интегралов.
28. Криволинейная трапеция.
29. Определенный интеграл и его свойства.
30. Способы вычисления определенных интегралов.
31. Вычисление площадей фигур с помощью определенного интеграла.

32. Предел и непрерывность функции нескольких переменных.
33. Частные производные.
34. Понятие матрицы. Виды матриц.
35. Единичная матрица.
36. Действия над матрицами.
37. Транспонирование матрицы
38. Определитель матрицы.
39. Понятие невырожденной матрицы.
40. Теорема о существовании обратной матрицы.
41. Теорема о единственности обратной матрицы.
42. Обратная матрица.
43. Ранг матрицы.
44. Алгоритм нахождения обратной матрицы.
45. Метод обратной матрицы.
46. Метод Гаусса решения системы линейных уравнений.
47. Решение системы линейных уравнений методом Жордано-Гаусса.
48. Векторы на плоскости и в пространстве.
49. Коллинеарные векторы.
50. Компланарные векторы.
51. Действия над векторами.
52. Вычисление скалярного, смешанного и векторного произведения векторов.
53. Основы разложения матрицы. Виды разложения матриц: спектральное разложение матрицы, сингулярное разложение.
54. Принцип работы сингулярного разложения матриц.
55. Применение SVD для анализа данных и уменьшения размерности.
56. Построение и анализ линейных моделей. Понятие линейной регрессии.
57. Пример использования линейных моделей в задачах предсказания.
58. Построение и анализ линейных моделей.
59. Понятие линейной регрессии.
60. Пример использования линейных моделей в задачах предсказания.

Экзаменационные задания для письменного экзамена по учебной дисциплине

(ОК 01, ОК 02, ОК 03)

1. Найти пределы функций: а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 + x - 6}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-5}{x-2} \right)^x$

2. Вычислить определитель матрицы $\begin{pmatrix} -2 & 10 & 24 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

3. Найти производную функции $y = \sqrt{x^2 + 4}$ в точке $x_0 = 1$.

4. Найти неопределенный интеграл $\int \frac{x^2 dx}{5x^3 + 1}$

5. Вычислить определенный интеграл: $\int_2^3 \frac{dx}{x-1}$

6.

Найти точки перегиба графика функции и интервалы выпуклости

7. $y = \frac{1-x^3}{x^2}$

8. Найти пределы функций: а) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 7x + 10}{x^2 - 9x + 20}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{5}{7x}\right)^{3x}$

9. Вычислить определитель матрицы $\begin{pmatrix} -3 & 10 & 27 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

10. Найти производную функции $y = x^2 \cdot (x^3 - 7x)$.

11. Найти неопределенный интеграл $\int \frac{\cos x dx}{7 \sin x + 5}$

12. Вычислить определенный интеграл: $\int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{9-x^2}}$

13. $y = \frac{x^5}{x^4 - 1}$

Найти асимптоты кривых

14. Даны вершины четырехугольника $A(1; -2; 2)$, $B(1; 4; 0)$, $C(-4; 1; 1)$ и $D(-5; -5; 3)$. Доказать, что его диагонали AC и BD взаимно перпендикулярны.

15. Определить при каком значении α векторы $a(\alpha; -3; 2)$ и $b(1; 2; -\alpha)$ взаимно перпендикулярны.

16. Даны вершины треугольника $A(3; 2; -3)$, $B(5; 1; -1)$ и $C(1; -2; 1)$. определить его внешний угол при вершине A .

17. Даны три вектора $a(2; -1; 3)$, $b(1; -3; 2)$, $c(3; 2; -4)$. Найти вектор x , удовлетворяющий условиям: $xa = -5$, $xb = -11$, $xc = 20$.

18. Найти пределы функций: а) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 4x - 5}{x^2 - 2x - 3}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} (x \cdot \cot x)$

19. Вычислить определитель матрицы $\begin{pmatrix} -4 & 10 & 30 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

20. Найти производную функции $y = \sin x \cdot (1 + \cos x)$.

21. Найти неопределенный интеграл $\int \frac{x^2 dx}{\cos^2 x^3}$

22. Вычислить определенный интеграл: $\int_0^1 e^{3x+1} dx$

23. Исследовать на экстремум функцию $y = \frac{4x}{x^2 + 4}$

24. Решите систему линейных уравнений методом Гаусса:

$$1. \begin{cases} 2x + y - z = 5, \\ x - 2y + 3z = -3, \\ 7x + y - z = 10. \end{cases}$$

25. Решите систему линейных уравнений методом Гаусса:

$$1. \begin{cases} 3x + 2y + z = 5, \\ x + y - z = 0, \\ 4x - y + 5z = 3. \end{cases}$$

26. Решите систему линейных уравнений с помощью обратной матрицы:

$$1. \begin{cases} 2x + 3y + 2z = 9, \\ x + 2y - 3z = 14, \\ 3x + 4y + z = 16. \end{cases}$$

27. Решите систему линейных уравнений методом Жордано-Гаусса:

$$1. \begin{cases} 3x + 2y + z = 14, \\ 2x + y + 4z = 12, \\ x + 3y + 2z = 11. \end{cases}$$

28. Найти определитель матрицы

29. $\begin{pmatrix} 3 & 10 & 9 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

30. Найти определитель матрицы

31. $\begin{pmatrix} 2 & 10 & 12 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

32. Найти определитель матрицы

33. $\begin{pmatrix} 1 & 10 & 15 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

34. Найти определитель матрицы

35. $\begin{pmatrix} 0 & 10 & 18 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

36. Найти определитель матрицы

37. $\begin{pmatrix} -1 & 10 & 21 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

38. Найти определитель матрицы

39. $\begin{pmatrix} -2 & 10 & 24 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

40. Найти частные производные функции $z = 2y + e^{x^2-y} + 1$.

41. Найти частные производные функции $z = \ln \operatorname{tg} \frac{x}{y}$.

42. Найти частные производные второго порядка функции

i. $z = x^4 - 2x^2y^3 + y^5 + 1$.

43. Найти $\frac{dz}{dt}$, если $z = e^{3x+2y}$, где $x = \cos t, y = t^2$.

44. Найти частную производную $\frac{\partial z}{\partial x}$ и полную производную $\frac{dz}{dt}$, если $z = e^{xy}$, где $y = \varphi(x)$.

45. Найти частные производные первого порядка для функций:

46. а) $f(x, y) = \frac{x^3}{2\sqrt{y}} - x \ln(\sin y)$; б) $f(x, y, z) = (x^2 - 2y^2 + xz)^{\arcsin 2x}$.

47. Найти первый дифференциал функции $f(x, y, z) = \frac{1}{x} \arctg \frac{x+y}{z}$ в точке $(1, 0, 1)$.

48. Найти производную функции $f(x, y, z) = 2xy^2z - 3xy + 8x^2yz$ в точке $A(1, 1, 0)$ по направлению вектора $\overrightarrow{MN}$, где $M(2, 4, 5)$, $N(1, 2, 3)$.

49. Найти частные производные второго порядка f''_{xx} , f''_{xy} , f''_{yy} для $f(x, y) = \ln(x + e^{xy})$.

50. Исследовать на экстремум функцию $z = x^4 + x^2y^2 + y^4 - 6x^2 - 9y^2$.

51. Найти экстремумы функции $f(x, y) = 8x + 4y - 1$ при условии $8x^2 - y^2 + 2 = 0$.

52. Найти точки экстремума функции $z = 16x^3 + 18xy^2 + 20x^2 + 9y^2$.

53. Вычислите $f'(1)$;

$$y = \frac{x^3+1}{x^2+1};$$

$$f(u) = \frac{1}{u^2+3u+2};$$

54. Вычислите $f'(0)$.

$$55. y = \sqrt{t} + \sqrt[3]{t};$$

$$56. y = \frac{2}{\sqrt{x}} - \frac{3}{\sqrt[3]{x}};$$

$$57. f(x) = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}};$$

58. Вычислите $f'(1)$;

$$59. y = \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^2;$$

$$60. y = \frac{3x^3}{(3x-1)^3};$$

$$61. f(x) = (x^2 - 1)^2 \sqrt{x^2 + 1}$$

62. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y=x^2, y=0, x=0 \text{ и } x=3$$

63. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y=x^2, y=0, x=-1 \text{ и } x=2$$

64. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y=-x^2+6x-5, y=0$$

65. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y=1/x, y=0, x=2 \text{ и } x=3$$

66. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y=\cos x, y=0, x=0 \text{ и } x=\pi/2$$

67. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y=2x^2+1 \text{ и } y=x^2+10$$

68. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y=x^2 \text{ и } y=-3x$$

69. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y=x^2 \text{ и } y=2x+8$$

70. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y=x^2 \text{ и } y=x+2$$

71. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y=x^3, y=0, x=-2 \text{ и } x=2$$

72. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y=-x^2-1, y=0, x=-2 \text{ и } x=1$$

73. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y=2x, y=0 \text{ и } x=-3$$

74. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$x-2y-6=0, y=0$$

75. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y=3x^2, y=0, x=-3 \text{ и } x=2$$

76. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y=-x^2+4 \text{ и } y=0$$

77. Используя свойства ортогональных матриц, найдите псевдообратную матрицу для матрицы A , если ее SVD-разложение имеет вид $U\Sigma V^T$.

78. Сгенерируйте матрицу 100×100 со случайными значениями. Выполните SVD, а затем восстановите матрицу с использованием только первых 10 сингулярных чисел.

79. Инвестиционный портфель компании за последние 5 лет увеличивался из-за капитализации процентов.

Год (x)	Капитал, млн. руб. (y)
5	100
6	122
7	150
8	185

Прологарифмируйте значения результативного признака (y) и проверьте данные на линейность.

Постройте экспоненциальную линию тренда, отобразив уравнение на графике (вид уравнения: $y = a \cdot e^{\ln x}$).

Вычислите коэффициенты a и b .

Критерии оценки экзаменационной работы (ответов на экзамене)

Оценка **«отлично»** - теоретическое содержание дисциплины освоено полностью, сформированы необходимые практические навыки и умения, выполнены все практические задания.

Оценка **«хорошо»** - теоретическое содержание дисциплины освоено полностью, сформированы необходимые практические навыки и умения не в полном объеме, выполнены все практические задания, при выполнении которых были обнаружены ошибки и недочеты.

Оценка **«удовлетворительно»** - теоретическое содержание дисциплины освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, сформированы в основном необходимые практические навыки и умения, выполнено большинство практических заданий, при выполнении которых были обнаружены ошибки и недочеты.

Оценка **«неудовлетворительно»** означает, что теоретическое содержание дисциплины не освоено, не сформированы необходимые практические навыки и умения, выполненные практические задания содержат существенные ошибки и недочеты.